

Integrales Inmediatas

Efraín Martínez M.

Diciembre, 2022

Resumen

Integrales de funciones elementales $f(x)$, tales que $F'(x) = f(x)$ se pueden escribir de la forma $\int f(x) dx = F(x) + C$, se conocen como integrales inmediatas o de inversión directa.

1. Propiedades

$$(i) \int dF(x) = F(x), \quad y \quad d \int f(x) dx = f(x) dx, \quad \text{esto es:} \quad \int d = d \int = I$$

$$(ii) \int kf(x) dx = k \int f(x) dx$$

$$(iii) \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$(iv) \int \left(\sum_{i=1}^n k_i f_i(x) \right) dx = \sum_{i=1}^n \left(k_i \int f_i(x) dx \right) \quad \text{suma de } n \text{ funciones}$$

2. Fórmulas de integración inmediata

En las siguientes fórmulas $u = u(x)$, $v = v(x)$ son funciones de variable x , mientras que a , k , n constantes y C constante de integración.

$$1. \int u^n dx = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C \quad n \neq -1$$

$$2. \int \frac{du}{u} = \ln |u| + C$$

$$3. \int e^u du = e^u + C$$

$$4. \int a^u du = \int e^{u \ln a} du = \frac{e^{u \ln a}}{\ln a} = \frac{a^u}{\ln a} + C$$

$$5. \int u dv = uv - \int v du, \quad \text{integración por partes.}$$

$$6. \int f^{(n)} g dx = f^{(n-1)} g - f^{(n-2)} g' + f^{(n-3)} g'' - \dots (-1)^n \int f g^{(n)} dx \quad \text{forma general}$$

$$7. \int \sin u \, du = -\cos u + C$$

$$8. \int \cos u \, du = \sin u + C$$

$$9. \int \sec^2 u \, du = \tan u + C$$

$$10. \int \csc^2 u \, du = -\cot u + C$$

$$11. \int \sec u \tan u \, du = \sec u + C$$

$$12. \int \csc u \cot u \, du = -\csc u + C$$

$$13. \int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C = -\arccos \frac{u}{a} + C$$

$$14. \int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + C = -\frac{1}{a} \operatorname{arccot} \frac{u}{a} + C$$

$$15. \int \frac{du}{u\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arcsec} \frac{u}{a} + C = -\frac{1}{a} \operatorname{arccsc} \frac{u}{a} + C$$

$$16. \int \sinh u \, du = \cosh u + C$$

$$17. \int \cosh u \, du = \sinh u + C$$

$$18. \int \operatorname{sech}^2 u \, du = \tanh u + C$$

$$19. \int \operatorname{csch}^2 u \, du = -\operatorname{coth} u + C$$

$$20. \int \operatorname{sech} u \tanh u \, du = -\operatorname{sech} u + C$$

$$21. \int \operatorname{csch} u \operatorname{coth} u \, du = -\operatorname{csch} u + C$$

$$22. \int \frac{du}{\sqrt{u^2 + a^2}} = \operatorname{argsinh} \frac{u}{a} + C = \ln(u + \sqrt{u^2 + a^2}) + C, \quad a > 0$$

$$23. \int \frac{du}{\sqrt{u^2 - a^2}} = \operatorname{argcosh} u + C = \ln(u + \sqrt{u^2 - a^2}) + C \quad u > a > 0$$

$$24. \int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{a} \operatorname{argtanh} \frac{u}{a} + C = \frac{1}{2a} \ln \left(\frac{u+a}{u-a} \right) + C, \quad a^2 > u^2$$

$$25. \int \frac{du}{u^2 - a^2} = -\frac{1}{a} \operatorname{argcoth} \frac{u}{a} + C = \frac{1}{2a} \ln \left(\frac{u-a}{u+a} \right) + C, \quad u^2 > a^2$$

$$26. \int \frac{du}{u\sqrt{a^2 - u^2}} = \operatorname{argsech} u + C = \frac{1}{a} \ln \left(\frac{u}{a + \sqrt{a^2 - u^2}} \right) + C, \quad a > u > 0$$

$$27. \int \frac{du}{u\sqrt{u^2 + a^2}} = \operatorname{argcsch} u + C = \frac{1}{a} \ln \left(\frac{u}{a + \sqrt{u^2 + a^2}} \right) + C, \quad u \neq 0$$

Fórmulas sujeta a demostración, las mismas que se encuentran en el libre de Cálculo Diferencial e Integral de Funciones de una Variable del autor

Cualquier error es responsabilidad del autor¹, sugerencias a la dirección que aparece en pie de página, gracias.

¹Email: eframath@hotmail.com; SitioWeb: <https://www.eframath.com>