

# Tablas o fórmulas de integración

*Efraín Martínez M.*

19 de abril de 2016

## Resumen

Integrales de funciones elementales  $f(x)$  tales que  $F'(x) = f(x)$  que se pueden invertir y escribir de la forma  $\int f(x) dx = F(x) + C$ , se conocen como integrales inmediatas o simplemente de inversión directa, las siguientes propiedades y fórmulas se utilizan como tablas de integración inmediata.

### 0.1. Propiedades

(i)  $\int dF(x) = F(x)$ , y  $d \int f(x) dx = f(x) dx$ , esto es:  $\int d = d \int = I$

(ii)  $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$

(iii)  $\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

(iv)  $\int \left( \sum_{i=1}^n k_i f_i(x) \right) dx = \sum_{i=1}^n \left( k_i \int f_i(x) dx \right)$  suma de  $n$  funciones

### 0.2. Fórmulas de integración inmediata

En las siguientes fórmulas  $u = u(x)$ ,  $v = v(x)$  son funciones de variable  $x$ , mientras que  $a$ ,  $k$ ,  $n$  constantes y  $C$  constante de integración.

1.  $\int u^n dx = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C \quad n \neq -1$

2.  $\int \frac{du}{u} = \ln |u| + C$

3.  $\int e^u du = e^u + C$

4.  $\int a^u du = \int e^{u \ln a} du = \frac{e^{u \ln a}}{\ln a} = \frac{a^u}{\ln a} + C$

5.  $\int u dv = uv - \int v du$ , integración por partes.

$$6. \int f^{(n)} g \, dx = f^{(n-1)} g - f^{(n-2)} g' + f^{(n-3)} g'' - \dots (-1)^n \int f g^{(n)} \, dx \quad \text{forma general}$$

$$7. \int \sin u \, du = -\cos u + C$$

$$8. \int \cos u \, du = \sin u + C$$

$$9. \int \sec^2 u \, du = \tan u + C$$

$$10. \int \csc^2 u \, du = -\cot u + C$$

$$11. \int \sec u \tan u \, du = \sec u + C$$

$$12. \int \csc u \cot u \, du = -\csc u + C$$

$$13. \int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin \frac{u}{a} + C = -\arccos \frac{u}{a} + C$$

$$14. \int \frac{du}{a^2 + u^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{u}{a} + C = -\frac{1}{a} \operatorname{arccot} \frac{u}{a} + C$$

$$15. \int \frac{du}{u\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arcsec} \frac{u}{a} + C = -\frac{1}{a} \operatorname{arccsc} \frac{u}{a} + C$$

$$16. \int \sinh u \, du = \cosh u + C$$

$$17. \int \cosh u \, du = \sinh u + C$$

$$18. \int \operatorname{sech}^2 u \, du = \tanh u + C$$

$$19. \int \operatorname{csch}^2 u \, du = -\operatorname{coth} u + C$$

$$20. \int \operatorname{sech} u \tanh u \, du = -\operatorname{sech} u + C$$

$$21. \int \operatorname{csch} u \operatorname{coth} u \, du = -\operatorname{csch} u + C$$

$$22. \int \frac{du}{\sqrt{u^2 + a^2}} = \operatorname{argsinh} \frac{u}{a} + C = \ln(u + \sqrt{u^2 + a^2}) + C, \quad a > 0$$

$$23. \int \frac{du}{\sqrt{u^2 - a^2}} = \operatorname{argcosh} u + C = \ln(u + \sqrt{u^2 - a^2}) + C \quad u > a > 0$$

$$24. \int \frac{du}{a^2 - u^2} = \frac{1}{a} \operatorname{argtanh} \frac{u}{a} + C = \frac{1}{2a} \ln \left( \frac{u+a}{u-a} \right) + C, \quad a^2 > u^2$$

$$25. \int \frac{du}{u^2 - a^2} = -\frac{1}{a} \operatorname{argcoth} \frac{u}{a} + C = \frac{1}{2a} \ln \left( \frac{u-a}{u+a} \right) + C, \quad u^2 > a^2$$

$$26. \int \frac{du}{u\sqrt{a^2 - u^2}} = \operatorname{argsech} u + C = \frac{1}{a} \ln \left( \frac{u}{a + \sqrt{a^2 - u^2}} \right) + C, \quad a > u > 0$$

$$27. \int \frac{du}{u\sqrt{u^2 + a^2}} = \operatorname{argsch} u + C = \frac{1}{a} \ln \left( \frac{u}{a + \sqrt{u^2 + a^2}} \right) + C, \quad u \neq 0$$

Fórmulas sujetas a demostración, las mismas que serán deducidas en el desarrollo de los diferentes métodos de integración.

Cualquier error es responsabilidad del autor<sup>1</sup>, sugerencias a la dirección que aparece en pie de página, gracias.

---

<sup>1</sup>Email: eframath@hotmail.com; SitioWeb: <http://www.eframath.com>