Tablas o fórmulas de integración

Efraín Martínez M.

17 de julio de 2009

Resumen

Integrales de funciones elementales $f(x)$ tales que $F'(x) = f(x)$, se pueden invertir y escribir de la forma:

$$\int f(x)\,dx = F(x) + C$$

se conocen como integrales inmediatas (o de inversión), se constituyen en tablas o fórmulas de integración.

0.1. Propiedades

(i) $\displaystyle\int dF(x) = F(x), \quad \text{y} \quad d\int f(x)\,dx = f(x)\,dx, \quad \text{esto es:} \quad \int d = d\int = I$

(ii) $\displaystyle\int kf(x)dx = k\int f(x)dx$

(iii) $\displaystyle\int [f(x) \pm g(x)]dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$

(iv) $\displaystyle\int \left(\sum_{i=1}^{n} k_i f_i(x)\right) dx = \sum_{i=1}^{n}\left(k_i \int f_i(x)dx\right)$ suma de n funciones

0.2. Fórmulas de integración inmediata

En las siguientes fórmulas $u = u(x)$, $v = v(x)$ son funciones de variable x, mientras que a, k, n constantes y C constante de integración.

1. $\displaystyle\int u^n\,dx = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C \qquad n \neq -1$

2. $\displaystyle\int \frac{du}{u} = \ln|u| + C$

3. $\displaystyle\int e^u\,du = e^u + C$

4. $\displaystyle\int a^u\,du = \int e^{u\ln a}\,du = \frac{e^{u\ln a}}{\ln a} = \frac{a^u}{lna} + C$

5. $\displaystyle\int u\,dv = uv - \int v\,du,$ integración por partes.

6. $\displaystyle\int f^{(n)} g\,dx = f^{(n-1)}g - f^{(n-2)}g' + f^{(n-3)}g'' - \cdots (-1)^n \int f g^{(n)}\,dx$ forma general

7. $\displaystyle\int \sin u\,du = -\cos u + C$

8. $\displaystyle\int \cos u\,du = \sin u + C$

9. $\displaystyle\int \sec^2 u\,du = \tan u + C$

10. $\displaystyle\int \csc^2 u\,du = -\cot u + C$

11. $\displaystyle\int \sec u\ \tan u\,du = \sec u + C$

12. $\displaystyle\int \csc u\ \cot u\,du = -\csc u + C$

13. $\displaystyle\int \frac{du}{\sqrt{a^2-u^2}} = \arcsin\frac{u}{a} + C = -\operatorname{arc}\cos\frac{u}{a} + C$

14. $\displaystyle\int \frac{du}{a^2+u^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{u}{a} + C = -\frac{1}{a}\operatorname{arccot}\frac{u}{a} + C$

15. $\displaystyle\int \frac{du}{u\sqrt{u^2-a^2}} = \frac{1}{a}\operatorname{arcsec}\frac{u}{a} + C = -\frac{1}{a}\operatorname{arccsc}\frac{u}{a} + C$

16. $\displaystyle\int \sinh u\,du = \cosh u + C$

17. $\displaystyle\int \cosh u\,du = \sinh u + C$

18. $\displaystyle\int \operatorname{sech}^2 u\,du = \tanh u + C$

19. $\displaystyle\int \operatorname{csch}^2 u\,du = -\coth u + C$

20. $\displaystyle\int \operatorname{sech} u \tanh u\,du = -\operatorname{sech} u + C$

21. $\displaystyle\int \operatorname{csch} u \coth u\,du = -\operatorname{csch} u + C$

22. $\displaystyle\int \frac{du}{\sqrt{u^2+a^2}} = \operatorname{argsinh}\frac{u}{a} + C = \ln(u + \sqrt{u^2+a^2}) + C,$ $a > 0$

23. $\displaystyle\int \frac{du}{\sqrt{u^2-a^2}} = \operatorname{argcosh} u + C = \ln\left(u+\sqrt{u^2-a^2}\right) + C \qquad u > a > 0$

24. $\displaystyle\int \frac{du}{a^2-u^2} = \frac{1}{a}\operatorname{argtanh}\frac{u}{a} + C = \frac{1}{2a}\ln\left(\frac{u+a}{u-a}\right) + C, \qquad a^2 > u^2$

25. $\displaystyle\int \frac{du}{u^2-a^2} = -\frac{1}{a}\operatorname{argcoth}\frac{u}{a} + C = \frac{1}{2a}\ln\left(\frac{u-a}{u+a}\right) + C, \qquad u^2 > a^2$

26. $\displaystyle\int \frac{du}{u\sqrt{a^2-u^2}} = \operatorname{argsech} u + C = \frac{1}{a}\ln\left(\frac{u}{a+\sqrt{a^2-u^2}}\right) + C, \qquad a > u > 0$

27. $\displaystyle\int \frac{du}{u\sqrt{u^2+a^2}} = \operatorname{argcsch} u + C = \frac{1}{a}\ln\left(\frac{u}{a+\sqrt{u^2+a^2}}\right) + C, \qquad u \neq 0$

Fórmulas sujetas a demostración, las mismas que serán deducidas en el desarrollo de los diferentes métodos de integración.

Cualquier error es responsabilidad del autor [1], favor sugerencias a la dirección que aparece en pie de página, gracias.

[1] E-Mail: eframath@hotmail.com; SitioWeb: http://www.eframath.com